**4°)** Dans cette question, on prend $t=1$.

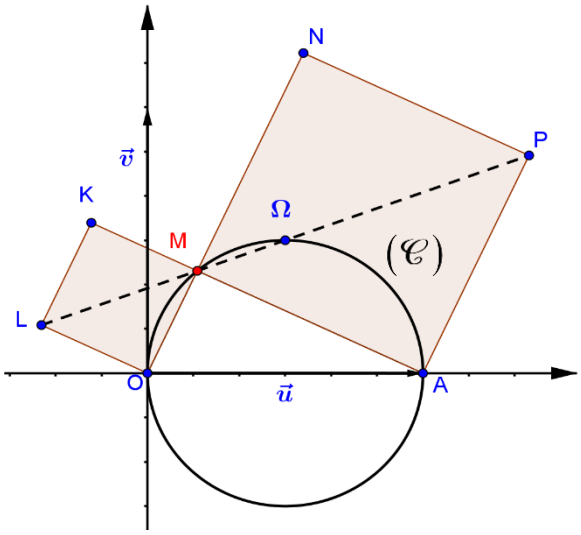
**a)** Vérifier que $I \in P_1$.

**b)** En déduire l'intersection de $P_1$ et $S$.

**5°)** Dans cette question, on prend $t=\dfrac{1}{e}$. Montrer que $P_{\frac{1}{e}}$ coupe $S$ suivant un cercle C dont on précisera le centre $H$ et le rayon $r$.

## EXERCICE N°3 : | 30' | 5 points

Dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère le point $A$ d'affixe 1, $(\mathscr{C})$ le cercle de diamètre $[OA]$, $M$ un point variable du cercle $(\mathscr{C})$ tels que $\left(\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MA}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ et $OMKL$ est un carré de sens direct. On pose $Z_M$, $Z_L$, $Z_K$, les affixes respectives des points $M$, $L$, $K$.




**1°) a)** Calculer $\left|\dfrac{Z_L}{Z_M}\right|$ et $\left|\dfrac{Z_K}{Z_M}\right|$.

**b)** Vérifier que $\arg\left(\dfrac{Z_L}{Z_M}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$, et $\arg\left(\dfrac{Z_K}{Z_M}\right)\equiv\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

**c)** Écrire alors $\dfrac{Z_L}{Z_M}$ et $\dfrac{Z_K}{Z_M}$ sous forme exponentielle.

**d)** En déduire que $Z_L=iZ_M$ et $Z_K=(1+i)Z_M$.

**2°)** Soit $Z_P$ et $Z_N$ les affixes respectives des points $P$ et $N$ tels que : $Z_P=-iZ_M+1+i$ et $Z_N=(1-i)Z_M+i$.

Montrer que le quadrilatère $MAPN$ est un carré.

**3°) a)** Montrer que $P$ et $L$ sont symétriques par rapport à un point fixe $\Omega$ que l'on précisera.

**b)** Vérifier que le point $\Omega$ appartient à $(\mathscr{C})$.

**4°) a)** Montrer que $Z_K-Z_\Omega=(1+i)\left(Z_M-\dfrac{1}{2}\right)$ et que $Z_N-Z_\Omega=(1-i)\left(Z_M-\dfrac{1}{2}\right)$.

**b)** Montrer que $\dfrac{aff\overrightarrow{\Omega K}}{aff\overrightarrow{\Omega N}}=i$.

**c)** En déduire la nature exacte du triangle $\Omega NK$.

Qarray.tn - Agra Blech- Qarray.tn